

Práctica 3

1. Verificar que **Set** es una categoría de acuerdo a la Definición 5.1.
2. Verificar que **Mon** es una categoría de acuerdo a la Definición 5.1.
3. Verificar que **Vec** es una categoría de acuerdo a la Definición 5.1.
4. Probar el Teorema 5.12.
5. Mostrar que cualquier objeto X con flechas $X \xrightarrow{\pi_A} A$ y $X \xrightarrow{\pi_B} B$ que satisface la definición de “ X es un producto de A y B ” (ver Definición 5.19) es isomorfo a $A \times B$. De la misma manera, mostrar que cualquier objeto isomorfo al objeto $A \times B$ es un producto de A y B .
6. Mostrar que $\langle f \circ h, g \circ h \rangle = \langle f, g \rangle \circ h$.
7. Mostrar que $(f \times h) \circ \langle g, k \rangle = \langle f \circ g, h \circ k \rangle$.
8. Mostrar que $(f \times h) \circ (g \times k) = (f \circ g) \times (h \circ k)$.
9. Mostrar que la definición de *maplist* dada en el Ejemplo 5.26 es equivalente a la más usual

$$\begin{aligned} \text{maplist}(f)([]) &= [] \\ \text{maplist}(f)(s : L) &= [f(s)] ++ \text{maplist}(f)(L) \end{aligned}$$

10. Mostrar que el operador \mathcal{P} “partes-de” se puede extender para hacer un functor $\mathcal{P} : \mathbf{Set} \rightarrow \mathbf{Set}$.
11. Mostrar que ι_F es un isomorfismo natural, para todo functor F (ver Ejemplo 5.29).
12. Mostrar que *rev* es una transformación natural (ver Ejemplo 5.30).
13. Mostrar que el diagrama del ejemplo 5.31 conmuta.
14. Sea $A \xrightarrow{\delta} A \times A \in \mathbf{Arr}(\mathbf{Set})$ definida por $a \mapsto (a, a)$. Mostrar que δ es una transformación natural.
15. Sea $B \xrightarrow{\eta^A} [A, B \times A] \in \mathbf{Arr}(\mathbf{Set})$ definido por $b \mapsto f$ donde $f(a) = (b, a)$. Mostrar η^A es una transformación natural.
16. Considerar la transformación natural η^A del Ejercicio 15 y sea $[A, B] \times A \xrightarrow{\varepsilon} B$ el mapa definido por $(f, a) \mapsto f(a)$. Mostrar que $\varepsilon \circ (\eta^A \times \text{Id}_A) = \text{Id}_A$. Relacionar este resultado con la adjunción $- \times B \dashv [B, -]$ mostrada en el Ejemplo 5.34.