

# Random!

Verónica Becher

Grupo KAPOW (Knowledgeable Algorithms for Problems on Words)  
Departamento Computación, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UBA  
Laboratoire International Associé INFINIS Université Paris Diderot-CNRS/UBA-CONICET





azar - aléatoire - Zufall - rasgelelik - satunnaisuuden - slumpmässighet - randomness - aleatorietà

Todos tenemos una idea intuitiva acerca de lo que es el azar, típicamente relacionada con los “juegos de azar” o con la “suerte”...

En castellano azar y aleatoriedad son sinónimos.

En inglés se dice “random”.

*Random!*

Verónica Becher



## La suerte es loca

¿Creerían que se obtienen echando una moneda para cada posición?

111111111111111111111111111111111111... ✗  
¡Son todos unos!

01001000100001000001000000100000001... ✗  
¡Esta secuencia tiene un patrón!

00101001010001101110100010010101111...

Azar es **imposibilidad de predecir**, es **falta de patrón**.

*Random!*

Verónica Becher



## La suerte es democrática

Azar es **imposibilidad de predecir**, es **falta de patrón**.

Entonces cara y ceca deben ocurrir, a la larga, la misma cantidad de veces

Sino, podríamos aprovecharnos del desvío y bastantes veces podríamos predecir bien.

*Random!*

Verónica Becher



## La suerte es democrática

En vez de echar una moneda repartamos cartas.

Si jugamos el suficiente tiempo, y nadie hace trampa, alguna vez me tocarán el ancho de espadas, el ancho de basto y el 7 de espadas.



*Random!*

Verónica Becher

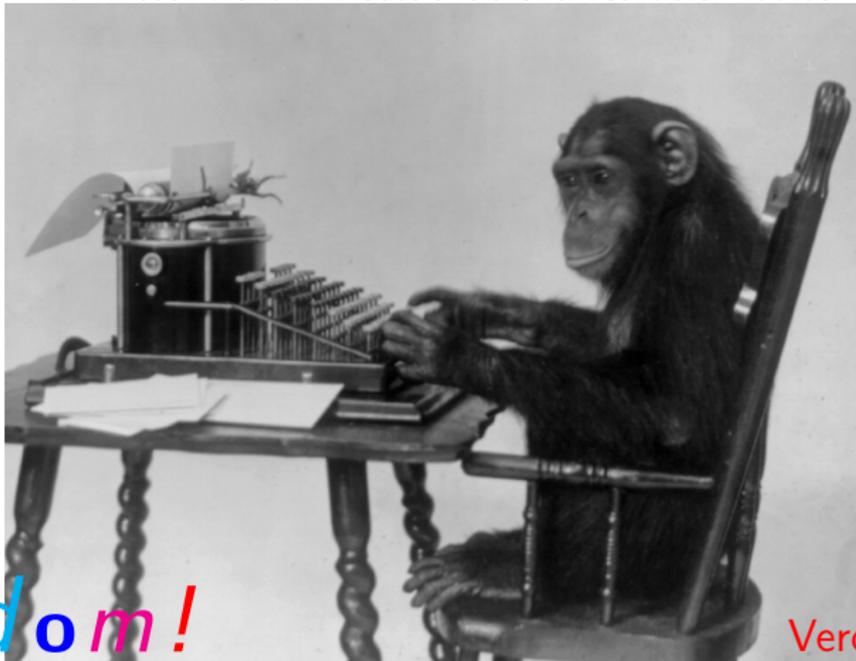


# Un mono y una máquina de escribir

Teorema (Émile Borel 1913)

*Si un mono se sienta en una máquina de escribir por siempre jamás escribirá todos los posibles textos, infinitas veces cada uno.*

mono escribiendo = secuencia azarosa de símbolos



Random!

Verónica Becher



## ¿Por qué Burns tenía mil monos con mil máquinas de escribir?



Random!

Verónica Becher



## Sobre el azar

- ▶ ¿Hay una definición matemática de **azar**?
- ▶ ¿Podemos dar **ejemplos**?
- ▶ ¿Hay **grados de azar**?
- ▶ ¿Puede una **computadora** producir una secuencia puramente al azar?

*Random!*

Verónica Becher



## Definición matemática de azar

Azar es imposibilidad de predecir. Equivalentemente, azar es imposibilidad de abreviar, imposibilidad de comprimir.  
Pero ...

Aquí entran en escena las ciencias de la computación, ya que hay distintos modelos de cómputo.

*Random!*

Verónica Becher



## Modelos de cómputo

Distintos modelos de cómputo tienen distintas capacidades de resolver problemas.

- ▶ Autómatas finitos
- ▶ Autómatas de pila
- ▶ Las computadoras actuales (Máquinas de Turing)



Random!

Verónica Becher



## Definición matemática de azar

### Definición

*Una secuencia es azarosa (para los autómatas de la clase  $\mathcal{C}$ ) cuando, esencialmente, la única forma de describirla (mediante un autómata de la clase  $\mathcal{C}$ ) es nombrando explícitamente cada uno de sus símbolos.*

*Random!*

Verónica Becher



## Grados de azar

**azar puro:** impredecibilidad/incompresibilidad para máquinas de Turing.

**azar básico:** impredecibilidad/incompresibilidad para autómatas finitos.

Hay azares intermedios.

*Random!*

Verónica Becher

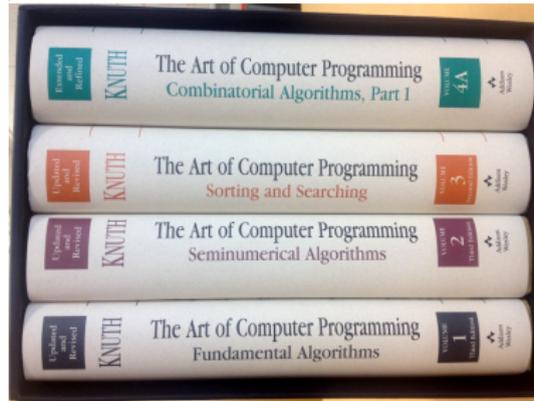
¿Puede una computadora producir azar puro?



**¡No!**

“Quien considere métodos aritméticos para producir dígitos aleatorios, comete, por supuesto, un pecado”.

John von Neumann, 1951



*Random!*

Verónica Becher



## Ejemplo de azar puro

¿Se te colgó la computadora?



Teorema (Chaitin 1975, Buenos Aires)

*La probabilidad de que tu computadora se cuelgue es puramente aleatoria.*

Random!

Verónica Becher



## Ejemplo de azar básico, también llamado Normalidad

Teorema (Champernowne, 1933)

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 ... *es normal.*

Teorema (Borel 1909)

*Casi todos los números tiene expansiones decimales normales.*

*Random!*

Verónica Becher



¿Otros ejemplos de azar básico o normalidad?



<http://kapow.dc.uba.ar>

*Random!*

Verónica Becher



# Del azar con dos símbolos al azar con tres símbolos



## Problema

*Dada una secuencia normal de 0s y 1s, ¿Cómo insertar 2s a lo largo de la secuencia de manera que la secuencia resultante sea normal?*

*Random!*

Verónica Becher



# Independencia entre secuencias



## Definición

*Dos secuencias son independientes si ninguna ayuda a comprimir/predecir la otra mediante un átómata finito.*

## Problema

*Dar un ejemplo de un par de secuencias normales independientes.*