

Problemas Abiertos en Teoría de Grafos y Combinatoria

El número cromático del plano

- **Enunciado:** Encontrar la menor cantidad de colores necesarios para pintar los puntos de \mathbb{R}^2 de manera tal que dos puntos a distancia 1 no reciban el mismo color.
- Planteado por: Hadwiger y Edward Nelson, 1944.
- Avances:

• De la misma manera se puede definir el número cromático de un grafo infinito G como el número mínimo de colores necesarios para colorear los vértices de G de manera tal que los vértices adyacentes no reciban el mismo color.

El número cromático del plano

- **Enunciado:** Encontrar la menor cantidad de colores necesarios para pintar los puntos de \mathbb{R}^2 de manera tal que dos puntos a distancia 1 no reciban el mismo color.
- **Planteado por:** Hadwiger y Edward Nelson, 1944.
- **Avances:**
 - Erdős y de Bruijn probaron en 1951 que el número cromático se realiza para algún subgrafo finito.
 - En 1965, de Bruijn demostró que $\chi(\mathbb{R}^2) \leq 5$.
 - En 1972, de Bruijn demostró que $\chi(\mathbb{R}^2) \leq 4$.

El número cromático del plano

- **Enunciado:** Encontrar la menor cantidad de colores necesarios para pintar los puntos de \mathbb{R}^2 de manera tal que dos puntos a distancia 1 no reciban el mismo color.
- **Planteado por:** Hadwiger y Edward Nelson, 1944.
- **Avances:**
 - Erdős y de Bruijn probaron en 1951 que el número cromático se realiza para algún subgrafo finito.
 - Hasta ahora se sabe que $4 \leq \chi \leq 7$.
 - Para \mathbb{R}^3 se sabe que $6 \leq \chi \leq 15$.

El número cromático del plano

- **Enunciado:** Encontrar la menor cantidad de colores necesarios para pintar los puntos de \mathbb{R}^2 de manera tal que dos puntos a distancia 1 no reciban el mismo color.
- **Planteado por:** Hadwiger y Edward Nelson, 1944.
- **Avances:**
 - Erdős y de Bruijn probaron en 1951 que el número cromático se realiza para algún subgrafo finito.
 - Hasta ahora se sabe que $4 \leq \chi \leq 7$.
 - Para \mathbb{R}^3 se sabe que $6 \leq \chi \leq 15$.

El número cromático del plano

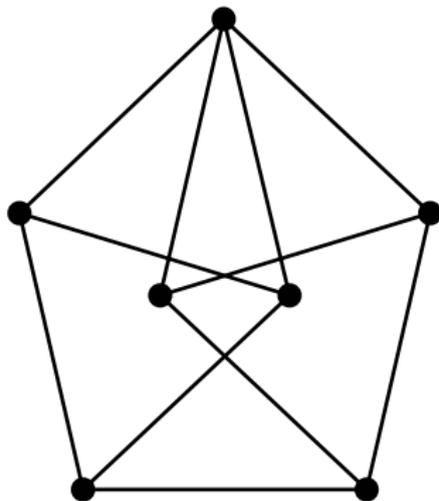
- **Enunciado:** Encontrar la menor cantidad de colores necesarios para pintar los puntos de \mathbb{R}^2 de manera tal que dos puntos a distancia 1 no reciban el mismo color.
- **Planteado por:** Hadwiger y Edward Nelson, 1944.
- **Avances:**
 - Erdős y de Bruijn probaron en 1951 que el número cromático se realiza para algún subgrafo finito.
 - Hasta ahora se sabe que $4 \leq \chi \leq 7$.
 - Para \mathbb{R}^3 se sabe que $6 \leq \chi \leq 15$.

El número cromático del plano

- **Enunciado:** Encontrar la menor cantidad de colores necesarios para pintar los puntos de \mathbb{R}^2 de manera tal que dos puntos a distancia 1 no reciban el mismo color.
- **Planteado por:** Hadwiger y Edward Nelson, 1944.
- **Avances:**
 - Erdős y de Bruijn probaron en 1951 que el número cromático se realiza para algún subgrafo finito.
 - Hasta ahora se sabe que $4 \leq \chi \leq 7$.
 - Para \mathbb{R}^3 se sabe que $6 \leq \chi \leq 15$.

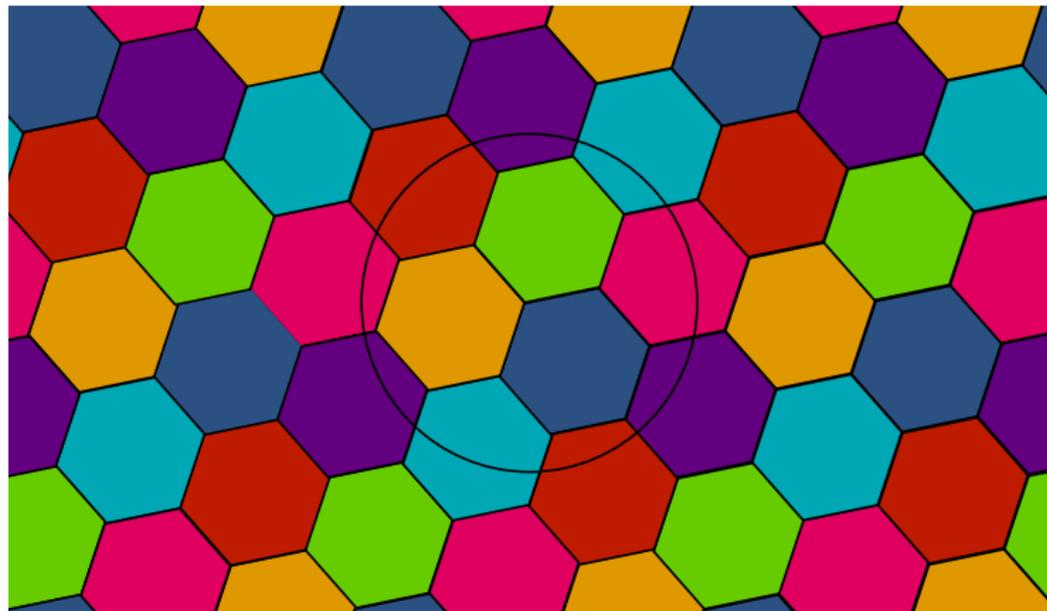
El número cromático del plano

Un ejemplo para la cota inferior es:



El número cromático del plano

Un ejemplo para la cota superior es:



Reconstrucción de un grafo

- **Enunciado:** De un hipotético grafo G con $n \geq 3$ vértices, se conocen los n subgrafos de la forma $G - v$ con v en $V(G)$ (sin rotular). ¿Se puede reconstruir el grafo G ?
- ¿Por qué $n \geq 3$?
- Planteado por: S.M. Ulam, 1960.
- Avances:

Reconstrucción de un grafo

- **Enunciado:** De un hipotético grafo G con $n \geq 3$ vértices, se conocen los n subgrafos de la forma $G - v$ con v en $V(G)$ (sin rotular). ¿Se puede reconstruir el grafo G ?
- ¿Por qué $n \geq 3$?
- Planteado por: S.M. Ulam, 1960.
- Avances:

Reconstrucción de un grafo

- **Enunciado:** De un hipotético grafo G con $n \geq 3$ vértices, se conocen los n subgrafos de la forma $G - v$ con v en $V(G)$ (sin rotular). ¿Se puede reconstruir el grafo G ?
- ¿Por qué $n \geq 3$?
- **Planteado por:** S.M. Ulam, 1960.
- **Avances:**

- Se puede reconstruir la cantidad de vértices y la cantidad de aristas.

- A partir de la cantidad de aristas, se puede reconstruir el grafo si $n \leq 6$.

- Si $n \leq 6$ y se conocen los subgrafos $G - v$ con v en $V(G)$, se puede reconstruir el grafo G .

- Si $n \leq 6$ y se conocen los subgrafos $G - v$ con v en $V(G)$, se puede reconstruir el grafo G .

- Si $n \leq 6$ y se conocen los subgrafos $G - v$ con v en $V(G)$, se puede reconstruir el grafo G .

Reconstrucción de un grafo

- **Enunciado:** De un hipotético grafo G con $n \geq 3$ vértices, se conocen los n subgrafos de la forma $G - v$ con v en $V(G)$ (sin rotular). ¿Se puede reconstruir el grafo G ?
- ¿Por qué $n \geq 3$?
- **Planteado por:** S.M. Ulam, 1960.
- **Avances:**
 - Se puede reconstruir la cantidad de vértices y la cantidad de aristas.
 - A partir de la cantidad de aristas, se puede reconstruir la secuencia de grados (o sea, sabemos el grado del vértice que falta). Por lo tanto, si G es regular lo podemos reconstruir.
 - Los grafos no conexos son reconstruibles, los árboles también.
 - Bollobás probó que casi todos los grafos (en un sentido estadístico) se pueden reconstruir a partir de tres de esos subgrafos.

Reconstrucción de un grafo

- **Enunciado:** De un hipotético grafo G con $n \geq 3$ vértices, se conocen los n subgrafos de la forma $G - v$ con v en $V(G)$ (sin rotular). ¿Se puede reconstruir el grafo G ?
- ¿Por qué $n \geq 3$?
- **Planteado por:** S.M. Ulam, 1960.
- **Avances:**
 - Se puede reconstruir la cantidad de vértices y la cantidad de aristas.
 - A partir de la cantidad de aristas, se puede reconstruir la secuencia de grados (o sea, sabemos el grado del vértice que falta). Por lo tanto, si G es regular lo podemos reconstruir.
 - Los grafos no conexos son reconstruibles, los árboles también.
 - Bollobás probó que casi todos los grafos (en un sentido estadístico) se pueden reconstruir a partir de tres de esos subgrafos.

Reconstrucción de un grafo

- **Enunciado:** De un hipotético grafo G con $n \geq 3$ vértices, se conocen los n subgrafos de la forma $G - v$ con v en $V(G)$ (sin rotular). ¿Se puede reconstruir el grafo G ?
- ¿Por qué $n \geq 3$?
- **Planteado por:** S.M. Ulam, 1960.
- **Avances:**
 - Se puede reconstruir la cantidad de vértices y la cantidad de aristas.
 - A partir de la cantidad de aristas, se puede reconstruir la secuencia de grados (o sea, sabemos el grado del vértice que falta). Por lo tanto, si G es regular lo podemos reconstruir.
 - Los grafos no conexos son reconstruibles, los árboles también.
 - Bollobás probó que casi todos los grafos (en un sentido estadístico) se pueden reconstruir a partir de tres de esos subgrafos.

Reconstrucción de un grafo

- **Enunciado:** De un hipotético grafo G con $n \geq 3$ vértices, se conocen los n subgrafos de la forma $G - v$ con v en $V(G)$ (sin rotular). ¿Se puede reconstruir el grafo G ?
- ¿Por qué $n \geq 3$?
- **Planteado por:** S.M. Ulam, 1960.
- **Avances:**
 - Se puede reconstruir la cantidad de vértices y la cantidad de aristas.
 - A partir de la cantidad de aristas, se puede reconstruir la secuencia de grados (o sea, sabemos el grado del vértice que falta). Por lo tanto, si G es regular lo podemos reconstruir.
 - Los grafos no conexos son reconstruibles, los árboles también.
 - Bollobás probó que casi todos los grafos (en un sentido estadístico) se pueden reconstruir a partir de tres de esos subgrafos.

Reconstrucción de un grafo

- **Enunciado:** De un hipotético grafo G con $n \geq 3$ vértices, se conocen los n subgrafos de la forma $G - v$ con v en $V(G)$ (sin rotular). ¿Se puede reconstruir el grafo G ?
- ¿Por qué $n \geq 3$?
- **Planteado por:** S.M. Ulam, 1960.
- **Avances:**
 - Se puede reconstruir la cantidad de vértices y la cantidad de aristas.
 - A partir de la cantidad de aristas, se puede reconstruir la secuencia de grados (o sea, sabemos el grado del vértice que falta). Por lo tanto, si G es regular lo podemos reconstruir.
 - Los grafos no conexos son reconstruibles, los árboles también.
 - Bollobás probó que casi todos los grafos (en un sentido estadístico) se pueden reconstruir a partir de tres de esos subgrafos.

Triángulos monocromáticos

- **Enunciado:** Dado un triángulo T cualquiera, ¿es posible pintar los puntos de \mathbb{R}^2 con 3 colores de manera tal no haya una copia de T (obtenida por movimientos rígidos, traslación, rotación, simetrías) cuyos tres vértices tengan el mismo color? La conjetura es que siempre se puede.
- Planteado por: Ron Graham, MSRI, agosto 2003.

Triángulos monocromáticos

- **Enunciado:** Dado un triángulo T cualquiera, ¿es posible pintar los puntos de \mathbb{R}^2 con 3 colores de manera tal no haya una copia de T (obtenida por movimientos rígidos, traslación, rotación, simetrías) cuyos tres vértices tengan el mismo color? La conjetura es que siempre se puede.
- **Planteado por:** Ron Graham, MSRI, agosto 2003.

Mínimo conjunto universal de puntos para grafos planares

- **Enunciado:** ¿Cuántos puntos hacen falta en el plano como mínimo para poder dibujar planarmente y con aristas rectas cualquier grafo planar de n vértices usando como vértices algunos de esos puntos? ¿Es $O(n)$?

- **Avances:**

- Chrobak y Karloff (1989) probaron que todo conjunto universal tiene al menos $\lfloor 1.098n \rfloor$ puntos.

Se sabe que hay conjuntos universales de tamaño $O(n)$ para grafos planares, pero ¿cuál es el menor tamaño posible? ¿Es $O(n)$?

Mínimo conjunto universal de puntos para grafos planares

- **Enunciado:** ¿Cuántos puntos hacen falta en el plano como mínimo para poder dibujar planarmente y con aristas rectas cualquier grafo planar de n vértices usando como vértices algunos de esos puntos? ¿Es $O(n)$?
- **Avances:**
 - Chrobak y Karloff (1989) probaron que todo conjunto universal tiene al menos $\lfloor 1,098n \rfloor$ puntos.
 - Se sabe que hay conjuntos universales de $O(n^2)$ puntos. En particular, todo grafo planar se puede dibujar en los puntos de una grilla de $O(n) \times O(n)$, pero tiene que ser por lo menos $n/3 \times n/3$.
 - Stephen Kobourov probó que para $n \leq 14$ existen conjuntos universales de tamaño n , y planteó la pregunta de cuál es el mínimo n tal que eso no alcanza.

Mínimo conjunto universal de puntos para grafos planares

- **Enunciado:** ¿Cuántos puntos hacen falta en el plano como mínimo para poder dibujar planarmente y con aristas rectas cualquier grafo planar de n vértices usando como vértices algunos de esos puntos? ¿Es $O(n)$?
- **Avances:**
 - Chrobak y Karloff (1989) probaron que todo conjunto universal tiene al menos $\lfloor 1,098n \rfloor$ puntos.
 - Se sabe que hay conjuntos universales de $O(n^2)$ puntos. En particular, todo grafo planar se puede dibujar en los puntos de una grilla de $O(n) \times O(n)$, pero tiene que ser por lo menos $n/3 \times n/3$.
 - Stephen Kobourov probó que para $n \leq 14$ existen conjuntos universales de tamaño n , y planteó la pregunta de cuál es el mínimo n tal que eso no alcanza.

Mínimo conjunto universal de puntos para grafos planares

- **Enunciado:** ¿Cuántos puntos hacen falta en el plano como mínimo para poder dibujar planarmente y con aristas rectas cualquier grafo planar de n vértices usando como vértices algunos de esos puntos? ¿Es $O(n)$?
- **Avances:**
 - Chrobak y Karloff (1989) probaron que todo conjunto universal tiene al menos $\lfloor 1,098n \rfloor$ puntos.
 - Se sabe que hay conjuntos universales de $O(n^2)$ puntos. En particular, todo grafo planar se puede dibujar en los puntos de una grilla de $O(n) \times O(n)$, pero tiene que ser por lo menos $n/3 \times n/3$.
 - Stephen Kobourov probó que para $n \leq 14$ existen conjuntos universales de tamaño n , y planteó la pregunta de cuál es el mínimo n tal que eso no alcanza.

Mínimo conjunto universal de puntos para grafos planares

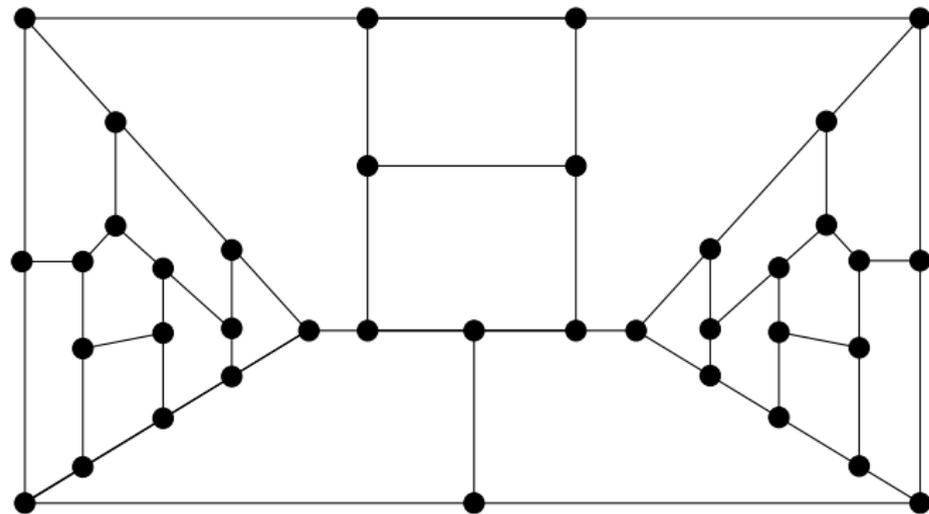
- **Enunciado:** ¿Cuántos puntos hacen falta en el plano como mínimo para poder dibujar planarmente y con aristas rectas cualquier grafo planar de n vértices usando como vértices algunos de esos puntos? ¿Es $O(n)$?
- **Avances:**
 - Chrobak y Karloff (1989) probaron que todo conjunto universal tiene al menos $\lfloor 1,098n \rfloor$ puntos.
 - Se sabe que hay conjuntos universales de $O(n^2)$ puntos. En particular, todo grafo planar se puede dibujar en los puntos de una grilla de $O(n) \times O(n)$, pero tiene que ser por lo menos $n/3 \times n/3$.
 - Stephen Kobourov probó que para $n \leq 14$ existen conjuntos universales de tamaño n , y planteó la pregunta de cuál es el mínimo n tal que eso no alcanza.

Circuitos Hamiltonianos

- Conjetura (Barnette, 1970): Todo grafo 3-conexo, 3-regular planar y bipartito es Hamiltoniano.
- Se sabe que no es verdad si se saca la hipótesis de bipartito. El menor contraejemplo conocido tiene 38 vértices.

Circuitos Hamiltonianos

- **Conjetura (Barnette, 1970):** Todo grafo 3-conexo, 3-regular planar y bipartito es Hamiltoniano.
- Se sabe que no es verdad si se saca la hipótesis de bipartito. El menor contraejemplo conocido tiene 38 vértices.



List-coloring de aristas (Mohar, 2001)

- Un grafo G se dice Δ -arista-crítico si su índice cromático es $\Delta + 1$ pero sacando cualquier arista el subgrafo resultante tiene índice cromático Δ .
- Conjetura: Sea G un grafo Δ -arista-crítico. Supongamos que para cada arista e de G tenemos una lista $L(e)$ de Δ colores. Entonces G es L -arista-coloreable salvo que todas las listas sean iguales.
- Conjetura 2: Sea G un grafo. Supongamos que para cada arista e de G tenemos una lista $L(e)$ de $\chi'(G)$ colores. Entonces G es L -arista-coloreable.
- Conjetura 3: Sea G un grafo. Sea G^2 el grafo obtenido agregando las aristas entre vértices a distancia 2. Supongamos que para cada vértice v de G^2 tenemos una lista $L(v)$ de $\chi(G^2)$ colores. Entonces G^2 es L -coloreable.

List-coloring de aristas (Mohar, 2001)

- Un grafo G se dice Δ -arista-crítico si su índice cromático es $\Delta + 1$ pero sacando cualquier arista el subgrafo resultante tiene índice cromático Δ .
- **Conjetura:** Sea G un grafo Δ -arista-crítico. Supongamos que para cada arista e de G tenemos una lista $L(e)$ de Δ colores. Entonces G es L -arista-coloreable salvo que todas las listas sean iguales.
- **Conjetura 2:** Sea G un grafo. Supongamos que para cada arista e de G tenemos una lista $L(e)$ de $\chi'(G)$ colores. Entonces G es L -arista-coloreable.
- **Conjetura 3:** Sea G un grafo. Sea G^2 el grafo obtenido agregando las aristas entre vértices a distancia 2. Supongamos que para cada vértice v de G^2 tenemos una lista $L(v)$ de $\chi(G^2)$ colores. Entonces G^2 es L -coloreable.

List-coloring de aristas (Mohar, 2001)

- Un grafo G se dice Δ -arista-crítico si su índice cromático es $\Delta + 1$ pero sacando cualquier arista el subgrafo resultante tiene índice cromático Δ .
- **Conjetura:** Sea G un grafo Δ -arista-crítico. Supongamos que para cada arista e de G tenemos una lista $L(e)$ de Δ colores. Entonces G es L -arista-coloreable salvo que todas las listas sean iguales.
- **Conjetura 2:** Sea G un grafo. Supongamos que para cada arista e de G tenemos una lista $L(e)$ de $\chi'(G)$ colores. Entonces G es L -arista-coloreable.
- **Conjetura 3:** Sea G un grafo. Sea G^2 el grafo obtenido agregando las aristas entre vértices a distancia 2. Supongamos que para cada vértice v de G^2 tenemos una lista $L(v)$ de $\chi(G^2)$ colores. Entonces G^2 es L -coloreable.

List-coloring de aristas (Mohar, 2001)

- Un grafo G se dice Δ -arista-crítico si su índice cromático es $\Delta + 1$ pero sacando cualquier arista el subgrafo resultante tiene índice cromático Δ .
- **Conjetura:** Sea G un grafo Δ -arista-crítico. Supongamos que para cada arista e de G tenemos una lista $L(e)$ de Δ colores. Entonces G es L -arista-coloreable salvo que todas las listas sean iguales.
- **Conjetura 2:** Sea G un grafo. Supongamos que para cada arista e de G tenemos una lista $L(e)$ de $\chi'(G)$ colores. Entonces G es L -arista-coloreable.
- **Conjetura 3:** Sea G un grafo. Sea G^2 el grafo obtenido agregando las aristas entre vértices a distancia 2. Supongamos que para cada vértice v de G^2 tenemos una lista $L(v)$ de $\chi(G^2)$ colores. Entonces G^2 es L -coloreable.

Digrafos

- Sea G un digrafo sin loops ni aristas bi-direccionales y v un vértice de G . Sea $N_{\text{out}}(v)$ el conjunto de vértices w tales que $vw \in E(G)$. Sea $N_{\text{out}}^2(v)$ el conjunto de vértices $w \notin N_{\text{out}}(v)$ tales que existe $z \in N_{\text{out}}(v)$ con $zw \in E(G)$. (Es decir, los que pueden ser alcanzados desde v en un paso o en dos pasos, respectivamente).
- Conjetura: Todo digrafo G sin loops ni aristas bi-direccionales tiene un vértice v tal que $N_{\text{out}}^2(v) \geq N_{\text{out}}(v)$.

Digrafos

- Sea G un digrafo sin loops ni aristas bi-direccionales y v un vértice de G . Sea $N_{\text{out}}(v)$ el conjunto de vértices w tales que $vw \in E(G)$. Sea $N_{\text{out}}^2(v)$ el conjunto de vértices $w \notin N_{\text{out}}(v)$ tales que existe $z \in N_{\text{out}}(v)$ con $zw \in E(G)$. (Es decir, los que pueden ser alcanzados desde v en un paso o en dos pasos, respectivamente).
- **Conjetura:** Todo digrafo G sin loops ni aristas bi-direccionales tiene un vértice v tal que $N_{\text{out}}^2(v) \geq N_{\text{out}}(v)$.

Matchings

- **Conjetura (Berge y Fulkerson):** Todo grafo cúbico 2-conexo tiene seis matchings perfectos tales que entre todos cubren cada arista exactamente dos veces.
- También se puede ver darle a cada arista dos “medios” colores de manera que no se repitan medios colores en cada vértice. Es claro que si $\chi'(G) = 3$ entonces G verifica la conjetura.
- Archdeacon, Bonnington, y Siran verificaron esta conjetura para varios grafos chicos con $\chi'(G) = 4$.
- Existe otra conjetura más débil, también de Berge.
- **Conjetura 2 (Berge):** Todo grafo cúbico 2-conexo tiene cinco matchings perfectos tales que entre todos cubren todas las aristas del grafo.

Matchings

- **Conjetura (Berge y Fulkerson):** Todo grafo cúbico 2-conexo tiene seis matchings perfectos tales que entre todos cubren cada arista exactamente dos veces.
- También se puede ver darle a cada arista dos “medios” colores de manera que no se repitan medios colores en cada vértice. Es claro que si $\chi'(G) = 3$ entonces G verifica la conjetura.
- Archdeacon, Bonnington, y Siran verificaron esta conjetura para varios grafos chicos con $\chi'(G) = 4$.
- Existe otra conjetura más débil, también de Berge.
- **Conjetura 2 (Berge):** Todo grafo cúbico 2-conexo tiene cinco matchings perfectos tales que entre todos cubren todas las aristas del grafo.

Matchings

- **Conjetura (Berge y Fulkerson):** Todo grafo cúbico 2-conexo tiene seis matchings perfectos tales que entre todos cubren cada arista exactamente dos veces.
- También se puede ver darle a cada arista dos “medios” colores de manera que no se repitan medios colores en cada vértice. Es claro que si $\chi'(G) = 3$ entonces G verifica la conjetura.
- Archdeacon, Bonnington, y Siran verificaron esta conjetura para varios grafos chicos con $\chi'(G) = 4$.
- Existe otra conjetura más débil, también de Berge.
- **Conjetura 2 (Berge):** Todo grafo cúbico 2-conexo tiene cinco matchings perfectos tales que entre todos cubren todas las aristas del grafo.

Matchings

- **Conjetura (Berge y Fulkerson):** Todo grafo cúbico 2-conexo tiene seis matchings perfectos tales que entre todos cubren cada arista exactamente dos veces.
- También se puede ver darle a cada arista dos “medios” colores de manera que no se repitan medios colores en cada vértice. Es claro que si $\chi'(G) = 3$ entonces G verifica la conjetura.
- Archdeacon, Bonnington, y Siran verificaron esta conjetura para varios grafos chicos con $\chi'(G) = 4$.
- Existe otra conjetura más débil, también de Berge.
- **Conjetura 2 (Berge):** Todo grafo cúbico 2-conexo tiene cinco matchings perfectos tales que entre todos cubren todas las aristas del grafo.

Matchings

- **Conjetura (Berge y Fulkerson):** Todo grafo cúbico 2-conexo tiene seis matchings perfectos tales que entre todos cubren cada arista exactamente dos veces.
- También se puede ver darle a cada arista dos “medios” colores de manera que no se repitan medios colores en cada vértice. Es claro que si $\chi'(G) = 3$ entonces G verifica la conjetura.
- Archdeacon, Bonnington, y Siran verificaron esta conjetura para varios grafos chicos con $\chi'(G) = 4$.
- Existe otra conjetura más débil, también de Berge.
- **Conjetura 2 (Berge):** Todo grafo cúbico 2-conexo tiene cinco matchings perfectos tales que entre todos cubren todas las aristas del grafo.

Ciclos

Conjetura (Erdős y Gyárfás): todo grafo G con $\delta(G) \geq 3$ tiene un ciclo cuya longitud es una potencia de 2.

Coloreos equitativos

Conjetura: un grafo conexo G admite un $\Delta(G)$ -coloreo tal que los tamaños de los conjuntos de vértices pintados con cada color difieren a lo sumo en 1, salvo que G sea un ciclo impar, un grafo completo o un grafo bipartito completo $K_{t,t}$ con t impar.

Coloreos $L(2, 1)$

- Un $L(2, 1)$ coloreo con colores $0, 1, \dots, \lambda$ es un coloreo tal que dos vértices adyacentes reciben colores que difieren en al menos 2, y dos vértices a distancia 2 reciben colores distintos.
- En general se busca minimizar λ , y se sabe que $\lambda \geq \Delta(G) + 1$.
- Conjetura: todo grafo G con $\Delta(G) > 1$ se puede colorear en esas condiciones con los colores $0, 1, \dots, \Delta(G)^2$.

Coloreos $L(2, 1)$

- Un $L(2, 1)$ coloreo con colores $0, 1, \dots, \lambda$ es un coloreo tal que dos vértices adyacentes reciben colores que difieren en al menos 2, y dos vértices a distancia 2 reciben colores distintos.
- En general se busca minimizar λ , y se sabe que $\lambda \geq \Delta(G) + 1$.
- Conjetura: todo grafo G con $\Delta(G) > 1$ se puede colorear en esas condiciones con los colores $0, 1, \dots, \Delta(G)^2$.

Coloreos $L(2, 1)$

- Un $L(2, 1)$ coloreo con colores $0, 1, \dots, \lambda$ es un coloreo tal que dos vértices adyacentes reciben colores que difieren en al menos 2, y dos vértices a distancia 2 reciben colores distintos.
- En general se busca minimizar λ , y se sabe que $\lambda \geq \Delta(G) + 1$.
- **Conjetura:** todo grafo G con $\Delta(G) > 1$ se puede colorear en esas condiciones con los colores $0, 1, \dots, \Delta(G)^2$.